

CAPITOLUL 4

TRANSMISIUNEA DIGITALĂ A INFORMAȚIEI

4.1. CANALE DE COMUNICAȚIE

Semnalul de la ieșirea unui codor sursă este cel mai adesea o tensiune electrică $u(t)$ care ia numai două valori, U_0 pentru „0” logic și U_1 pentru „1” logic, fiind constantă pe intervale elementare de timp de T_b secunde (durata unui bit de informație). Un șir de biți este arătat ilustrativ în figura 4.1.

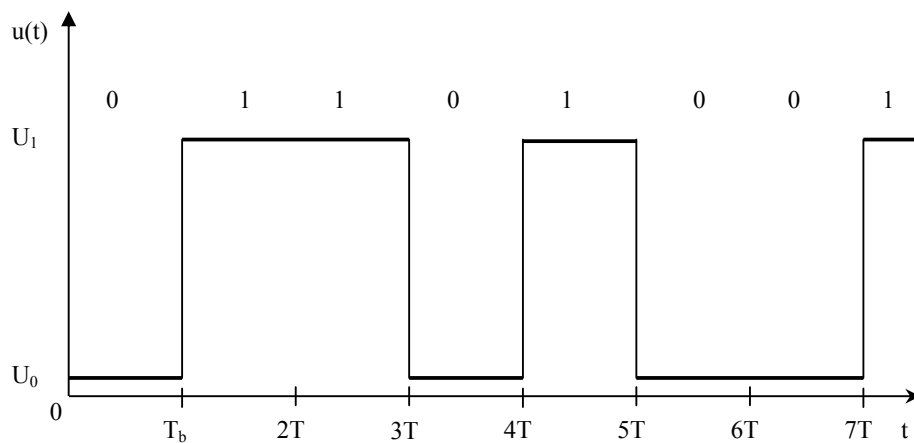


Fig. 4.1. Șir de biți transmis serial.

Dacă vrem să transmitem la distanță un asemenea semnal, trebuie să utilizăm un canal de comunicație. Putem clasifica în mai multe moduri canalele de comunicație, dar cel mai firesc este să facem o primă deosebire între canalele cu fir și canalele fără fir.

Canalele cu fir sunt realizate cu cabluri metalice și cu cabluri optice. Canalele fără fir utilizează în general undele radio emise în spațiul liber cu ajutorul unei antene, dar submarinele pot transmite și recepționa acustic informație pe distanțe relativ scurte utilizând unde generate în apa mărilor și a oceanelor.

În teoria modernă a prelucrării semnalelor, drept canale de comunicație pot fi caracterizate și mediile de memorare a datelor ca banda magnetică, discurile (inclusiv dischetele) magnetice și discurile optice (discurile compacte denumite abreviat CD).

Canale metalice

Există două tipuri de canale realizate cu ajutorul unor cabluri de cupru: *perechi torsadate* și *cabluri coaxiale*.

O pereche de fire torsadate este constituită din două sârme subțiri de cupru, îmbrăcate într-un material izolator (plastic) și răsucite prin procesul de fabricație în scopul de a elimina diafonia (transmiterea prin inducție electromagnetică a semnalului de pe o pereche pe alta din același cablu). Banda de frecvențe a unei perechi de fire torsadate este de doar câteva sute de kilohertzi (kHz), mai mult decât suficient însă pentru necesitățile primei aplicații, aceea de a realiza cu ea *linia de abonat*. Linia de abonat conectează un abonat cu centrala telefonică de care aparține, iar principala ei aplicație, și multă vreme singura, este de a transmite semnale vocale. Un semnal vocal are un spectru de frecvențe ce se întinde de la câteva zeci de Hz la circa 20 kHz. Prin filtrare, acest semnal este limitat la banda 300-3400 Hz, fără ca urechea să perceapă această reducere. Recent, capacitatea de informație a liniei de abonat a fost exploatată intensiv, prin aplicarea unor tehnici cunoscute sub denumirea generală de linie digitală de abonat (în engleză, DSL: **D**igital **S**ubscriber **L**ine). Aceasta permite includerea unui abonat telefonic într-o rețea digitală cu integrarea serviciilor (în engleză, ISDN: **I**ntegrated **S**ervices **D**igital **N**etwork) sau conectarea directă la Internet.

Cablul coaxial are o construcție asimetrică, fiind compus dintr-un fir metalic central și o cămașă metalică cilindrică izolate între ele printr-o masă plastică. Are o lărgime de bandă de câțiva megahertzi (MHz) și este utilizat pentru televiziunea prin cablu și pentru interconectarea calculatoarelor personale în rețele locale.

Canale cu fibră optică

Fibra optică are o lărgime de bandă considerabil mai mare (de ordinul gigahertzilor), iar prin tehnica multiplexării în lungimea de undă, capacitatea de informație a unui canal optic devine impresionantă, ajungând să se măsoare în terabiți pe secundă. Numeroși operatori de telecomunicații din țara noastră, în frunte cu Romtelecom, și-au construit partea interurbană a rețelelor cu cable optice. Este prevăzut ca, prin extinderea fibrei optice până la abonat acasă, serviciile oferite să se diversifice spectaculos.

Într-un sistem de comunicație cu fibră optică, informația se transmite variind intensitatea sursei de lumină, ce poate fi o diodă fotoemisivă (LED) sau un laser, cu semnalul de mesaj. Lumina se propagă prin fibră ca o undă și este amplificată de-a lungul căii de transmisie în echipamente numite *repetoare* pentru a compensa atenuarea semnalului. La recepție, intensitatea luminii este detectată de o fotodiodă, a cărei ieșire este un semnal electric ce variază direct proporțional cu puterea luminii incidente.

Canale electromagnetice fără fir

Undele electromagnetice au un spectru foarte larg, ce se întinde de la circa 10 kHz până dincolo de 100 GHz. Proprietățile de propagare variază însă considerabil cu lungimea de undă, ceea ce face ca spectrul radio să fie împărțit în numeroase subbenzi, cu utilizări specifice. O posibilă clasificare este următoarea:

- Frecvențe foarte joase (10 km – 100 km)
- Frecvențe joase (1 km – 10 km)
- Frecvențe medii (100 m – 1 km)
- Frecvențe înalte (10 m – 100 m)
- Frecvențe foarte înalte (1 m – 10 m)
- Frecvențe ultraînalte (10 cm – 1 m)
- Frecvențe superînalte (1 cm – 10 cm)
- Unde milimetrice (sub 1 cm).

În continuare, găsim lumina propriu-zisă (infraroșu, spectru vizibil, ultraviolet).

În sistemele de comunicație radio, energia electromagnetică este cuplată la mediul de propagare printr-o antenă ce servește drept radiator.

Canale acustice subacvatice

Undele electromagnetice nu se propagă pe distanțe lungi sub apă decât la frecvențe extrem de joase, frecvențe la care transmisia semnalelor este costisitoare. De aceea, în ultimele decenii, a fost intens studiat canalul acustic subacvatic, foarte util pentru a asigura comunicația submersibilelor (submarine, batiscafe).

Canale de înregistrare

Procesul înregistrării datelor pe o bandă magnetică sau pe un disc magnetic ori optic este echivalent cu transmiterea unui semnal pe un canal telefonic sau pe unul radio. Procesul de citire și prelucrarea semnalului pentru recuperarea informației memorate sunt echivalente cu funcțiile efectuate de un receptor într-un sistem de comunicație telefonic sau radio pentru a recupera informația transmisă.

4.2. IMPERFEȚIUNILE CANALELOR DE COMUNICAȚIE

Inginerii de telecomunicații nu s-ar putea plânga că bunul Dumnezeu nu-i iubește căci, făcând canalele de comunicație imperfecte, Ziditorul le-a dat de lucru, nu glumă! Într-adevăr, dacă ar exista un canal perfect, tot efortul proiectanților s-ar reduce la a instala un canal de acest tip între punctele între care trebuie să se facă schimb de informație, un semnal aplicat la una din extremități regăsindu-se nemodificat, instantaneu, la cealaltă extremitate.

Fie $x(t)$ o funcție de timp reprezentând semnalul de emisie aplicat la intrarea unui canal de comunicație. La ieșirea acestuia, apare un semnal, zis de recepție, reprezentat prin funcția de timp $y(t)$. Ideal, ar trebui ca $y(t) = x(t)$. În realitate, pentru a obține această egalitate cel puțin aproximativ, este necesară o proiectare îngrijită și complexă. În figura 4.2, se arată un sistem de comunicație redus la esență.

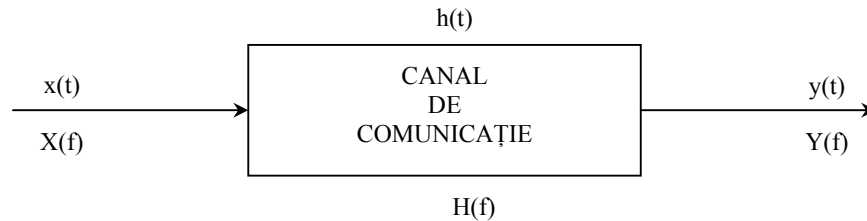


Fig. 4.2. Sistem de comunicație punct la punct.

Analiza unui sistem de comunicație se poate face în domeniul timp sau în domeniul frecvență, cele două domenii fiind *duale*. Notăm cu $X(f)$ transformata Fourier a semnalului de intrare în domeniul timp $x(t)$. Răspunsul la impuls al canalului, $h(t)$, are drept transformată Fourier funcția de transfer în frecvență $H(f)$ a canalului, care va determina ieșirea în domeniul frecvență $Y(f)$. Presupunem că dispunem de un canal care este liniar și nu variază cu timpul. De la cursul de „Semnale, circuite și sisteme“, știm că un sistem liniar și invariant în timp este caracterizat în domeniul timp prin răspunsul la impuls $h(t)$, adică, răspunsul dacă la intrare se aplică un impuls Dirac $\delta(t)$:

$$h(t) = y(t) \text{ dacă } x(t) = \delta(t). \quad (4.1)$$

Răspunsul canalului la un semnal de intrare arbitrar $x(t)$ este convoluția lui $x(t)$ cu $h(t)$:

$$y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t - \tau)d\tau \quad (4.2)$$

Semnalul de ieșire în domeniul frecvență $Y(f)$ se obține luând transformata Fourier în ambii membri ai ecuației (4.2):

$$Y(f) = X(f)H(f) \quad (4.3)$$

sau

$$H(f) = \frac{Y(f)}{X(f)} \quad (4.4)$$

dacă $X(f) \neq 0$ pentru toate frecvențele f . În general, funcția de transfer $H(f)$ este complexă și se poate deci scrie

$$H(f) = |H(f)| e^{j\theta(f)} \quad (4.5)$$

unde modulul $|H(f)|$ este amplitudinea răspunsului, iar $\theta(f)$ este faza răspunsului:

$$\theta(f) = \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{Im}\{H(f)\}}{\operatorname{Re}\{H(f)\}} \quad (4.6)$$

Pentru o transmisiune fără distorsiune, ținând seama și că un canal real este un sistem fizic, admitem ca semnalul de ieșire $y(t)$ să apară cu o întârziere în raport cu intrarea $x(t)$ și să aibă o amplitudine diferită din cauza atenuării, dar în rest să aibă aceeași formă:

$$y(t) = Kx(t - t_0) \quad (4.7)$$

unde K și t_0 sunt constante. Luând transformata Fourier în ambii membri ai ecuației (4.7), avem:

$$Y(f) = KX(f)e^{-j2\pi ft_0} \quad (4.8)$$

Din (4.4) și (4.8), obținem:

$$H(f) = Ke^{-j2\pi ft_0} \quad (4.9)$$

De aceea, un canal ideal trebuie să aibă o funcție de transfer cu amplitudine constantă și fază ce variază liniar cu frecvența. Canalele reale de care dispunem se abat considerabil de la această cerință, ceea ce introduce distorsiuni în semnalul recepționat.

Un alt factor nociv prezent în orice sistem de comunicație este *zgomotul*. Zgomotul este un semnal electric *nedorit* care se combină cu semnalul dorit și limitează astfel capacitatea receptorului de a lua decizii corecte cu privire la simbolurile transmise prin canal. Există o diversitate de surse de zgomot, atât naturale cât și artificiale. Exemple de surse de zgomote artificiale sunt bujiile de aprindere de la motoarele cu ardere internă, impulsurile de comutație și orice alte radiații electromagnetice. Un exemplu de zgomot natural este cel produs prin ionizarea atmosferei de către radiația solară și galactică. Prin filtrare, ecranare, alegerea tipului de modulație și alte metode, unele zgomote, atât naturale cât și artificiale, pot fi evitate. Există însă un zgomot natural ce nu poate fi eliminat: acesta este zgomotul termic, cauzat de agitația termică a electronilor din toate componentele disipative – rezistoare, conductori metalici, circuite integrate. Putem descrie zgomotul termic drept un proces stochastic Gaussian de medie zero, așa cum am văzut în capitolele precedente. Acest zgomot este aditiv, ceea ce înseamnă că se adună la semnalul util. Un zgomot

multiplicativ este *fadingul*, care afectează transmisiunile radio mobile și se manifestă ca o atenuare a semnalului variabilă cu timpul.

Una din consecințele unei funcții de transfer neideale a canalului este *interferența dintre simboluri*. În cazul transmisiunilor digitale, semnalul de emisie are forma generală

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n g(t - nT) \quad (4.10)$$

unde $g(t)$ este transformata Fourier inversă a funcției de transfer $G(f)$ a filtrului de emisie iar $\{a_n\}$ este șirul simbolurilor binare emise, câte unul la fiecare T secunde. Semnalul recepționat, în absența zgomotului, are expresia

$$y(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n c(t - nT) \quad (4.11)$$

unde $c(t)$ este transformata Fourier inversă a lui

$$C(f) = G(f)H(f) \quad (4.12)$$

Fie $t = iT$. Atunci

$$\begin{aligned} y(iT) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n c(iT - nT) \\ &= a_i c(0) + \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq i}}^{\infty} a_n c(iT - nT) \end{aligned} \quad (4.13)$$

Din ecuația (4.13), se vede că simbolul a_i este recepționat corect dacă $c(mT) = 1$ pentru $m = 0$ și $c(mT) = 0$ pentru $m \neq 0$. Cum acest lucru în general nu se întâmplă, avem *interferență între simboluri*.

După cum se vede, sortimentul de medii de propagare putând servi drept canale de transmisiune nu este foarte diversificat: cablurile metalice, fibra optică și undele radio. Apa mărilor și a oceanelor permite doar o aplicație particulară destul de limitată. Mai mult decât atât, aceste medii fizice, pe lângă caracteristicile utile scopului, au și imperfecțiuni ce se traduc în mod natural în erori de transmisie. Sarcina proiectantului este de a concepe sisteme de comunicație incluzând, în afara canalului de propagare propriu-zis, și alte blocuri funcționale, astfel încât ansamblul să satisfacă cerințele practice. De aceea, vom adăuga la schema din figura 4.2 două

blocuri cu funcții inverse: un codor canal la emisie și un decodor canal la recepție, așa cum se arată în figura 4.3.



Fig. 4.3. Sistem de comunicație punct la punct incluzând codor și decodor canal.

Codorul și decodorul canal au două funcții ce se separă în mod natural: cea de a pregăti șirul simbolurilor de transmis astfel încât semnalul aplicat la intrarea canalului să fie compatibil cu caracteristicile acestuia, și cea de a realiza un control al erorilor, combătând astfel efectele zgomotului și ale altor perturbații și imperfecțiuni. Adaptarea semnalului de emisie la caracteristicile mediului de propagare se reflectă în două metode: prima, mai simplă și mai puțin costisitoare, se numește *translație de date* sau *codare de linie* și nu este universal aplicabilă; cea de a doua se studiază la *teoria modulației*.

4.3. CODURI DE LINIE

În această secțiune, se prezintă câteva din cele mai larg utilizate coduri de linie.

În interiorul unui echipament, pe distanțe în general mai mici de un metru, semnalele digitale se transmit între diversele subansamble în formatul impus de circuitele integrate utilizate. De exemplu, în cazul circuitelor integrate CMOS, cu referire la figura 4.1, tensiunea U_0 este practic 0 V, iar tensiunea U_1 este practic egală cu tensiunea pozitivă de alimentare. Presupunând că simbolurile 0 și 1 sunt emise cu egală probabilitate, un astfel de semnal are o tensiune medie de aproximativ $U_1/2$ ce fluctuează însă în funcție de structura datelor: pentru un lung șir de același simbol, fie el 0 sau 1, semnalul are aparența unei tensiuni continue de 0 V, respectiv U_1 V.

Echipamentele se conectează la canalele de transmisiune prin interfețe cu separare galvanică. Aceasta se poate realiza și cu un condensator, dar de regulă se utilizează un transformator zis *separator*,

având raportul de transformare 1:1. Drept urmare, componenta de curent continuu (cc) și chiar cea de joasă frecvență a semnalului de emisie nu trec în canal, rezultând o distorsiune inacceptabilă. Iată de ce codurile de linie trebuie să aibă o componentă de cc egală cu zero.

Intervalele elementare de timp de durată T_b , unde indicele b este inițiala de la *bit*, sunt date de un *ceas* electronic, numit *generator de tact*. Un generator de tact este un circuit electronic ce include un cristal de cuarț; pe baza efectului piezoelectric, acesta oscilează pe o anumită frecvență mai mare de câteva zeci de kHz, perioada de oscilație fiind foarte stabilă în timp. Semnalul de tact, obținut din semnalul generat de oscilatorul cu cuarț prin divizare de frecvență cu ajutorul unui numărător electronic, este periodic, cu o perioadă egală cu T_b . Tranzițiile din semnalul de date – trecerea din 0 în 1 și cea din 1 în 0 – coincid cu unul din fronturile pulsurilor de tact, celălalt front marcând mijlocul bitului. Dacă semnalul de date este realizat cu ajutorul unui semnal de tact, transmisiunea se numește *sincronă*. Transmisiunile digitale moderne sunt de regulă sincrone, făcându-se la viteze ridicate. Unele transmisiuni digitale de joasă viteză, de exemplu cele telegrafice, sunt *asincrone*, căci nu se bazează pe un semnal de tact, intervalele elementare de timp fiind obținute prin alte mijloace.

Un prim exemplu de codare ce permite semnalului $x(t)$ să treacă prin transformatorul separator este codul *bipolar*, definit astfel:

$$x(t) = \begin{cases} +A & 0 \leq t \leq T_b \text{ pentru } 1 \text{ binar} \\ -A & 0 \leq t \leq T_b \text{ pentru } 0 \text{ binar} \end{cases} \quad (4.14)$$

Semnalul din figura 4.1, codat bipolar, este arătat în figura 4.4.

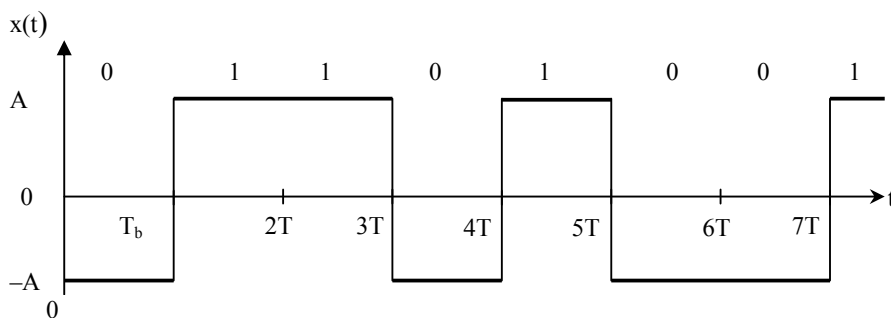


Fig. 4.4. Exemplu de codare bipolară.

Receptorul include un *circuit de sincronizare de bit* (pe scurt, *sincrobit*) care, bazat numai pe tranzițiile din semnalul recepționat, aduce în fază cu tactul de la emisie un tact de recepție care are nominal aceeași perioadă T_b dar, fiind generat de un oscilator local, are o perioadă diferită, să spunem T_b' . Sincrobitul încearcă în permanență să reducă la zero diferența $\Delta T_b = T_b' - T_b$, care poate fi pozitivă sau negativă în diverse perioade de timp. Or, un lung șir de 0 sau de 1 poate duce la pierderea sincronismului și, deci, la citirea greșită a datelor la recepție.

Una din soluțiile la această problemă este utilizarea unui cod denumit „cod cu inversarea alternată a mărcii“ (în engleză, AMI: **A**lternate **M**ark **I**nversion). Prin „marcă“ trebuie să înțelegem 1 logic, după cum „spațiu“ înseamnă 0 logic într-o terminologie moștenită din perioada de pionierat a transmisiunilor digitale când telegrafia era singurul serviciu de acest fel. În codul AMI, 1 logic se transmite alternativ ca $+A$ și $-A$, iar 0 logic este reprezentat prin tensiune zero. Așadar, un lung șir de 1 logic asigură tranziții la fiecare bit. Un șir lung de 0 logic, însă, nu conține tranziții și poate duce la pierderea sincronizării la recepție. Un remediu aplicat în practică este B8ZS (citim: cod bipolar cu substituirea a 8 zerouri). Acesta este un cod AMI la care se adaugă următoarele reguli de codare:

- Dacă apare un octet cuprinzând numai biți de zero, iar ultimul puls de tensiune precedând acest octet era pozitiv, cele opt zerouri se codează drept 000+–0–+.
- Dacă apare un octet cuprinzând numai biți de zero, iar ultimul puls de tensiune precedând acest octet era negativ, cele opt zerouri se codează drept 000–+0+–.

Această tehnică forțează două violări ale regulii de codare AMI, un eveniment improbabil să fie cauzat de zgomot sau de alte imperfecțiuni de transmisie. Receptorul recunoaște combinația și interpretează octetul drept constând numai din zerouri.

O altă schemă de codare bazată pe regula de codare AMI este HDB3 (de la denumirea în limba engleză *high-density bipolar-3 zeros*) în care șiruri de patru zerouri se înlocuiesc prin secvențe conținând unul sau două pulsuri. În ambele cazuri, zeroul al patrulea se înlocuiește cu o violare a regulii de codare AMI. În plus, este necesară o regulă pentru a asigura că violările succesive sunt de polaritate alternată astfel încât să nu se introducă o componentă de cc: dacă ultima violare a fost pozitivă, violarea ce se introduce trebuie să fie negativă, și vice versa. Regulile de substituție pentru codul HDB3 sunt date în Tabelul 4.1.

Tabelul 4.1

Regulile de substituție HDB3

Polaritatea pulsului precedent	Număr de pulsuri bipolare (de unu) de la ultima substituție	
	Impar	Par
-	000-	+00+
+	000+	-00-

Un alt cod de linie foarte cunoscut este codul *Manchester*. În această metodă de semnalizare, ilustrată în figura 4.5, simbolul 1 este reprezentat printr-un puls pozitiv de amplitudine A urmat de un puls negativ de amplitudine $-A$, ambele pulsuri având o lățime de o jumătate de bit. Pentru simbolul 0, polaritățile acestor două pulsuri sunt inversate. Codul Manchester suprimă componenta de cc și are componente de joasă frecvență relativ ne semnificative, indiferent de proprietățile statistice ale semnalului. Această proprietate deosebit de utilă în anumite aplicații este obținută însă cu prețul dublării benzii de frecvențe necesare pentru transmisie, ca o consecință directă a înjumătățirii intervalului de timp elementar de la T_b la $T_b / 2$.

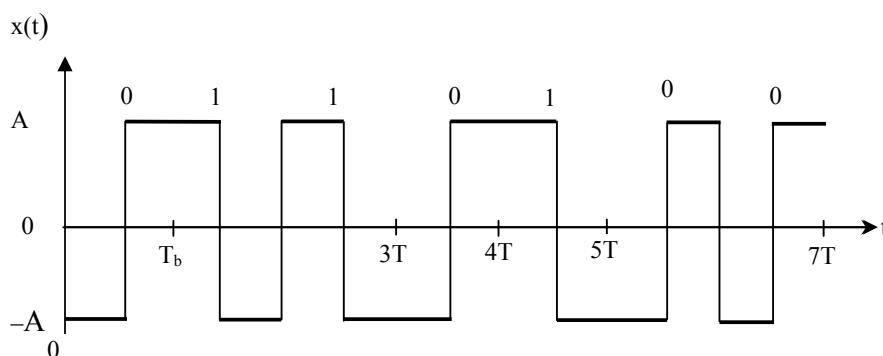


Fig.4.5. Exemplu de codare Manchester.

Definim *rata* de codare drept raportul dintre lungimea mesajului și lungimea cuvântului de cod. Codul Manchester are rata 1:2.

Definim *disparitatea* $d(C_i)$ a unui cuvânt de cod C_i drept diferența dintre numărul de 1 și numărul de 0 din C_i . Codul Manchester este un exemplu de cod de linie cu disparitate zero, căci cele două cuvinte de cod sunt 01 și 10. Un asemenea cod este *echilibrat* din punctul de vedere al curentului continuu. În general, pentru a avea disparitate zero, trebuie ca lungimea cuvintelor de cod să fie un număr par $2n$, astfel încât un cuvânt de

cod să aibă n de 1 și n de 0. În acest caz, avem $\binom{2n}{n}$ vectori binari de disparitate zero din care să selectăm un număr de cuvinte de cod exprimabil ca o putere a lui 2, fie 2^k , astfel încât cuvinte binare de k biți să fie codate în cuvinte de cod de $2n$ biți. Pentru $n = 2$, din totalul de $2^{2n} = 2^4 = 16$ cuvinte binare de 4 biți, numai $\binom{4}{2} = 6$ dintre ele au disparitate 0 și anume:

0011
0101
0110
1001
1010
1100.

Selectând patru dintre acestea, obținem un cod de rată 2:4, echivalent ca rată de codare cu codul Manchester. Într-adevăr, dacă selectăm cele patru cuvinte de cod

0101
0110
1001
1010,

obținem perfectul echivalent al codului Manchester. Pentru a realiza o rată de codare mai mare, putem adăuga la cele șase cuvinte de cod de disparitate zero încă două cuvinte de disparitate +1 și -1, pentru a ajunge la un set de 8, care este o putere de 2. În felul acesta, presupunând că cele opt cuvinte binare de intrare au aceeași probabilitate, cuvintele de cod de disparitate +1 și -1 vor apărea la fel de frecvent, păstrându-se echilibrul de cc.

Se cunosc și alte coduri de linie mai elaborate, dar studiul lor depășește cadrul acestui curs introductiv.

4.4. TIPURI DE MODULAȚIE

Semnalele constând din pulsuri dreptunghiulare sunt ușor de produs cu ajutorul circuitelor integrate digitale. Codurile de linie sunt astfel de semnale și ele sunt de preferat ori de câte ori aplicația permite utilizarea lor. Pe lângă avantajele simplității și costului redus, codurile de linie au însă și serioase limitări, după cum urmează:

- După cum se știe de la analiza Fourier, pulsurile dreptunghiulare au numeroase armonici ale frecvenței fundamentale, necesitând deci un canal cu o bandă de frecvențe largă pentru a trece cât mai puțin distorsionate.
- Canalele reale, în marea lor majoritate, sunt de tip *trece bandă*, adică, permit transmiterea semnalelor cu frecvențe cuprinse într-un anumit interval, să spunem (f_1, f_2) , denumit *bandă de frecvențe*, blocând semnalele din afara acestui interval. În general, spectrul unui cod de linie nu coincide cu banda de frecvențe a canalului.

Din fericire, dispunem de o tehnică de prelucrare a semnalelor denumită *modulație* care permite adaptarea semnalului purtător de *mesaj* la caracteristicile de propagare ale canalului de transmisiune.

Fie o undă purtătoare sinusoidală $p(t)$ definită prin

$$p(t) = A_p \cos \varphi(t) \quad (4.15)$$

unde A_p este *amplitudinea* purtătorului, iar unghiul $\varphi(t)$ este *faza* acestuia. Dacă $\varphi(t)$ variază liniar cu timpul, unda purtătoare se poate exprima astfel:

$$p(t) = A_p \cos(2\pi f_p t + \varphi_0) \quad (4.16)$$

unde f_p și φ_0 sunt, respectiv, *frecvența* și *faza inițială* ale purtătorului. Modulația este un proces prin care unul din acești trei parametri, amplitudinea, frecvența și faza, variază în funcție de semnalul de *mesaj*, zis *semnal modulator*. Avem astfel *modulație de amplitudine*, *modulație de frecvență* și *modulație de fază*; în plus, dacă semnalul modulator este digital, avem modulație combinată de amplitudine și de fază.

După cum semnalul modulator este analogic sau digital, avem modulație *analogică* și, respectiv, modulație *digitală*. Modulația analogică este încă larg utilizată în radiodifuziunea și televiziunea publică, două aplicații în care numărul mare de receptoare în uz face ca trecerea la tehnologiile digitale să fie de durată. Procesul a început însă deja. De aceea, în continuare ne referim numai la modulația digitală.

Echipamentul care face adaptarea de la o sursă de informație la un canal de transmisiune se numește *modem*. Modem este acronimul de la **modulator-demodulator**, ceea ce exprimă sintetic principala sa funcție, dar pe lângă aceasta modemul mai îndeplinește și alte operații necesare pentru o bună transmisie de date, între care sincronizarea de tact și sinfazarea

purtătorului la recepție. Primele modeme¹ pentru transmiterea datelor pe canale telefonice de tip vocal utilizau modulația digitală de frecvență.

Modulație digitală de frecvență

Modulația digitală de frecvență se mai numește și *modulație prin deplasarea frecvenței* (în engleză: **F**requency **S**hift **K**eying, abreviat **FSK**). Pentru a transmite un simbol binar 0, se emite forma de undă $A_p \cos(2\pi f_0 t)$ pe durata a T_b secunde, iar pentru a transmite un simbol binar 1, forma de undă emisă este $A_p \cos(2\pi f_1 t)$. Putem concepe aceasta ca pe un semnal purtător de amplitudine constantă și frecvență

$$f_p = \frac{f_0 + f_1}{2} \quad (4.17)$$

care este deplasată cu $\Delta f = (f_0 - f_1)/2$ pentru un bit 0 și cu $-\Delta f = (f_1 - f_0)/2$ pentru un bit 1.

Cel mai important organism internațional de standardizare din domeniul telecomunicațiilor este **Uniunea Internațională a Telecomunicațiilor (UIT)**, anterior **Comitetul Consultativ Internațional pentru Telefonie și Telegrafie (CCITT)** cu sediul la Geneva (Elveția). Standardele emise de UIT se numesc Recomandări. În Recomandarea **V.21**, se descrie un modem pentru transmiterea asincronă a datelor în duplex² pe două fire în rețeaua publică de telefonie zisă cu comutație cu viteze de cel mult 300 biți/s utilizând separarea sensurilor de transmisie prin împărțirea în două a benzii de frecvențe audio 300-3400 Hz. Modulația prevăzută de **V.21** este **FSK**, frecvențele caracteristice fiind date în Tabelul 4.2.

Tabelul 4.2

Frecvențele caracteristice conform Recomandării V.21 a CCITT

Banda	Bit 0	Bit 1
Inferioară	1180 Hz	980 Hz
superioară	1850 Hz	1650 Hz

¹ Pluralul *modemuri* este de asemenea în uz. Am folosit pluralul *modeme* care este cel recomandat de **Dicționarul explicativ al limbii române** redactat de **Institutul de Lingvistică „Iorgu Iordan“** sub egida **Academiei Române** (p. 644).

² *Duplex* este un mod de transmisie în care ambele terminale aflate în legătură transmit și recepționează simultan. În modul *simplex*, un terminal nu poate decât să transmită, sau să recepționeze, în vreme ce într-o transmisie *semiduplex*, terminalul poate să transmită și să recepționeze, dar numai pe rând.

În Recomandarea V.23 a CCITT, se descrie un modem pentru transmiterea asincronă a datelor în mod semiduplex la orice viteză până la 1200 (600) biți/s și sincronă la viteza de 1200 (600) biți/s în rețeaua telefonică utilizând FSK. Frecvențele caracteristice pentru acest modem sunt date în Tabelul 4.3.

Tabelul 4.3

Frecvențele caracteristice conform Recomandării V.23 a CCITT

Viteza	Bit 0	Bit 1
600 biți/s	1700 Hz	1300 Hz
1200 biți/s	2100 Hz	1300 Hz

Într-o transmisie asincronă, nu este necesar un tact de recepție sincronizat cu tactul de emisie pe care sunt citite datele de la sursă. Într-o transmisie asincronă, viteza de transmisie poate fi oricare, dar cel mult egală cu o valoare maximă dată. Această viteză maximă este dată de relația:

$$v_{\max} = \frac{3}{2}(f_0 - f_1) \quad (4.18)$$

Semnalele emise în canalul de transmisiune de modemele V.21 și V.23 sunt *necoerente*, în sensul că, la granița dintre doi biți de valoare logică diferită, se produce o discontinuitate a fazei purtătorului sinusoidal. Acest lucru este nedorit, căci are printre altele ca efect și lărgirea spectrului de frecvențe al semnalului, necesitând astfel o lărgime de bandă mai mare. Pentru o transmisiune *coerentă*, este necesar să impunem o relație *armonică* între frecvențele caracteristice. Sunde a stabilit regula următoare:

$$f_i = \frac{n+i}{T_b} \quad (4.19)$$

pentru un număr natural n fixat și $i = 0, 1$.

Probabilitatea de eroare într-o transmisie FSK

Fie o pereche de semnale de frecvențe caracteristice f_0 și f_1 :

$$x_i(t) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} \cos(2\pi f_i t), & 0 \leq t \leq T_b \\ 0 & \text{in rest} \end{cases} \quad (4.20)$$

unde $i = 0, 1$ iar E_b este energia semnalului transmis pe un bit, frecvența fiind dată de (4.19).

Definim produsul scalar dintre semnalele $x_0(t)$ și $x_1(t)$ astfel:

$$\langle x_0(t)x_1(t) \rangle = \int_0^{T_b} x_0(t)x_1(t)dt \quad (4.21)$$

Dacă produsul scalar $\langle x_0(t)x_1(t) \rangle$ este egal cu zero, spunem că semnalele respective sunt *ortogonale*. Se verifică ușor că $x_0(t)$ și $x_1(t)$ definite în (4.20) sunt ortogonale. Prin definiție, energia unui semnal $x_i(t)$ este:

$$E_i = \int_0^{T_b} x_i^2(t)dt \quad (4.22)$$

Este ușor de verificat că $E_0 = E_1 = E_b$. Vom norma semnalele $x_0(t)$ și $x_1(t)$ astfel încât să aibă energia egală cu 1. Definim astfel

$$\phi_i = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{T_b}} \cos(2\pi f_i t), & 0 \leq t \leq T_b \\ 0, & \text{in rest} \end{cases} \quad (4.23)$$

Dacă $y(t)$ este semnalul recepționat, receptorul calculează cele două mărimi:

$$y_0 = \int_0^{T_b} y(t)\phi_0(t)dt \quad (4.24)$$

și

$$y_1 = \int_0^{T_b} y(t)\phi_1(t)dt \quad (4.25)$$

Semnalul de la emisie este perturbat de zgomotul din canal; fie $w(t)$ funcția eșantion a unui proces stochastic specific unei transmisiuni și anume zgomot Gaussian alb de medie zero și densitate spectrală de putere $N_0/2$. Dacă se transmite un bit 0, $y(t)$ este egal cu $x_0(t) + w(t)$, iar dacă se transmite un bit 1, $y(t)$ este egal cu $x_1(t) + w(t)$.

Receptorul aplică următoarea regulă de decizie: dacă $y_0 > y_1$, decide că s-a transmis un bit 0, iar dacă $y_1 > y_0$, bitul transmis este 1. În cazul puțin probabil că $y_0 = y_1$, receptorul ia o decizie aleatoare în favoarea lui 0 sau a lui 1.

Fie Y_0 și Y_1 cele două variabile aleatoare Gaussiene ale căror valori ale eșantioanelor le-am notat cu y_0 și y_1 , respectiv. Definim o nouă variabilă aleatoare Z a cărei valoare a eșantionului z este egală cu diferența dintre y_1 și y_0 :

$$z = y_1 - y_0 \quad (4.26)$$

Valoarea medie a variabilei aleatoare Z depinde de ce simbol binar a fost transmis. Dacă s-a transmis simbolul 1, Y_1 și Y_0 au valorile medii egale cu $\sqrt{E_b}$ și cu zero, respectiv. În mod corespunzător, media variabilei aleatoare Z condiționată de faptul că a fost transmis simbolul 1 este:

$$E[Z | 1] = E[Y_1 | 1] - E[Y_0 | 1] = +\sqrt{E_b} \quad (4.27)$$

Dacă însă s-a transmis simbolul 0, variabilele aleatoare Y_1 și Y_0 au valorile medii egale cu zero și cu $-\sqrt{E_b}$, respectiv. În mod corespunzător, media variabilei aleatoare Z condiționată de faptul că a fost transmis simbolul 0 este:

$$E[Z | 0] = E[Y_1 | 0] - E[Y_0 | 0] = -\sqrt{E_b} \quad (4.28)$$

Varianța variabilei aleatoare Z este independentă de ce simbol binar a fost transmis. Întrucât variabilele aleatoare Y_1 și Y_0 sunt statistic independente, fiecare cu o varianță egală cu $N_0/2$, urmează că

$$\text{var}[Z] = \text{var}[Y_0] + \text{var}[Y_1] = N_0 \quad (4.29)$$

Să presupunem că știm că a fost transmis simbolul 0. Funcția densitate de probabilitate condiționată a variabilei aleatoare Z este atunci dată de

$$p_Z(z | 0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi N_0}} \exp\left[-\frac{(z + \sqrt{E_b})^2}{2N_0}\right] \quad (4.30)$$

Întrucât condiția $y_1 > y_0$, sau echivalent, $z > 0$, corespunde faptului că receptorul ia o decizie în favoarea simbolului 1, deducem că probabilitatea de eroare, condiționată de faptul că s-a transmis simbolul 0, este

$$P_{10} = P(z > 0 \mid \text{a fost emis simbolul } 0)$$

$$= \int_0^{\infty} p_Z(z \mid 0) dz = \frac{1}{\sqrt{2\pi N_0}} \int_0^{\infty} \exp\left[-\frac{(z + \sqrt{E_b})^2}{2N_0}\right] dz \quad (4.31)$$

Facem schimbarea de variabilă

$$\frac{z + \sqrt{E_b}}{\sqrt{2N_0}} = u \quad (4.32)$$

Putem rescrie ecuația (4.30) astfel:

$$P_{10} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{\sqrt{E_b/2N_0}}^{\infty} \exp(-u^2) du = \frac{1}{2} \operatorname{ferc}\left(\sqrt{\frac{E_b}{2N_0}}\right) \quad (4.33)$$

Similar, putem arăta că P_{01} , probabilitatea de eroare condiționată de faptul că a fost transmis simbolul 1, are aceeași valoare ca cea din ecuația (4.33). Făcând o medie între P_{10} și P_{01} , găsim că *probabilitatea medie a erorii de bit* sau, echivalent, rata erorii de bit pentru FSK binară și coerentă este

$$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{ferc}\left(\sqrt{\frac{E_b}{2N_0}}\right) \quad (4.34)$$

Modulație digitală de fază

Modulația digitală de fază se mai numește și *modulație prin deplasarea fazei* (în engleză: **Phase Shift Keying**, abreviat PSK). Pentru a reprezenta simbolurile binare 0 și 1, utilizăm formele de undă $x_0(t)$ și $x_1(t)$, respectiv:

$$x_0(t) = \sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} \cos(2\pi f_p t) \quad (4.35)$$

$$x_1(t) = \sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} \cos(2\pi f_p t + \pi) = -\sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} \cos(2\pi f_p t) \quad (4.36)$$

unde $0 \leq t \leq T_b$, iar E_b este energia semnalului de emisie pe bit. Pentru ca fiecare bit transmis să conțină un număr întreg de perioade ale unde purtătoare, frecvența f_p se alege egală cu n/T_b pentru un număr natural fixat n .

Definim funcția $\phi(t)$ de energie egală cu 1 astfel:

$$\phi(t) = \sqrt{\frac{2}{T_b}} \cos(2\pi f_p t), \quad 0 \leq t < T_b \quad (4.37)$$

Putem exprima semnalele de emisie $x_0(t)$ și $x_1(t)$ cu ajutorul funcției $\phi(t)$ după cum urmează:

$$x_0(t) = \sqrt{E_b} \phi(t), \quad 0 \leq t < T_b \quad (4.38)$$

și

$$x_1(t) = -\sqrt{E_b} \phi(t), \quad 0 \leq t < T_b \quad (4.39)$$

Putem reprezenta spațiul semnalelor pentru modulația binară coerentă de fază prin constelația de semnale din figura 4.6.

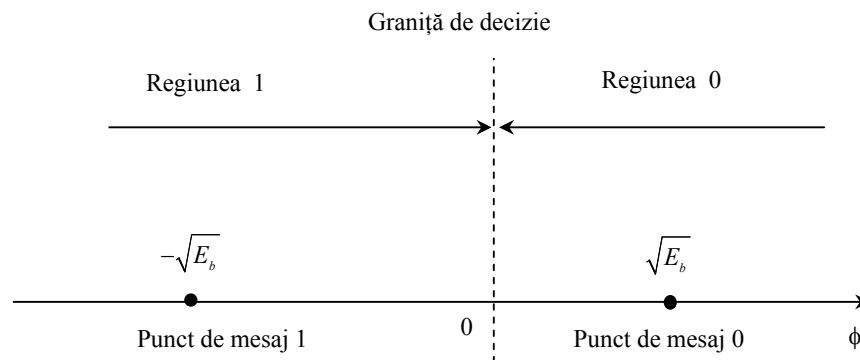


Fig. 4.6. Spațiul semnalelor pentru modulația PSK binară coerentă.

În figura 4.6, regiunea 0 este mulțimea punctelor mai apropiate de punctul de mesaj 0 de abscisă $+\sqrt{E_b}$, iar regiunea 1 este mulțimea punctelor mai apropiate de punctul de mesaj 1 de abscisă $-\sqrt{E_b}$. Regula de decizie este simplă: se decide că a fost transmis semnalul $x_0(t)$, corespunzător bitului 0, dacă semnalul recepționat cade în regiunea 0 și că a fost transmis semnalul $x_1(t)$, corespunzător bitului 1, dacă semnalul recepționat cade în regiunea 1. Receptorul poate decide eronat în două moduri: deși a fost transmis un semnal, din cauza zgomotului, semnalul

recepționat cade în afara regiunii proprii a semnalului respectiv, decizia favorizând celălalt semnal.

La recepția unui semnal $y(t)$, receptorul calculează mărimea:

$$y = \int_0^{T_b} y(t)\phi(t)dt \quad (4.40)$$

Funcția densitate de probabilitate a variabilei aleatoare Y_0 , corespunzătoare regiunii 0, condiționată de faptul că a fost transmis simbolul 1, este prin definiție

$$p_{Y_0}(y_0 | 1) = \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \exp\left[-\frac{1}{N_0}(y_0 + \sqrt{E_b})^2\right] \quad (4.41)$$

De aceea, probabilitatea ca receptorul să decidă în favoarea simbolului 0, condiționată de faptul că în realitate a fost emis simbolul 1, este:

$$P_{01} = \int_0^{\infty} p_{Y_0}(y_0 | 1)dy_0 = \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \int_0^{\infty} \exp\left[-\frac{1}{N_0}(y_0 + \sqrt{E_b})^2\right] dy_0 \quad (4.42)$$

Facem schimbarea de variabilă

$$\frac{1}{\sqrt{N_0}}(y_0 + \sqrt{E_b}) = u \quad (4.43)$$

Cu aceasta, putem rescrie P_{01} astfel:

$$P_{01} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{\sqrt{E_b/N_0}}^{\infty} \exp(-u^2)du = \frac{1}{2} \text{ferc}\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right) \quad (4.44)$$

Să considerăm acum și al doilea mod de a se produce eroarea. Având în vedere că spațiul semnalelor ilustrat în figura 4.6 este simetric în raport cu originea, deducem că P_{10} , probabilitatea de a decide eronat în favoarea simbolului 1, deși în realitate simbolul emis a fost 0, are aceeași expresie ca P_{01} din (4.44). Făcând deci media între P_{01} și P_{10} , găsim că *probabilitatea medie a erorii de bit* pentru PSK binară și coerentă este

$$P_e = \frac{1}{2} \text{ferc}\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right) \quad (4.45)$$

Comparând acum (4.32) cu (4.45), vedem că, într-un sistem de transmisiuni de date ce utilizează modulația binară de fază, putem utiliza un raport între energia de bit și densitatea spectrală a zgomotului pe jumătate în raport cu modulația binară de frecvență pentru a menține aceeași rată a erorilor.

Modulație digitală cu patru faze

Pentru utilizarea eficientă a lărgimii de bandă a canalului, șirul datelor de intrare se segmentează în blocuri de câte doi biți, numite *dibiți*. Există în total patru dișiți (00, 01, 10 și 11), iar pentru a-i transmite, avem nevoie de patru forme de undă diferite. Dacă dorim ca informația purtată de semnalul emis să fie conținută în fază, putem alege patru valori ale fazei egal distanțate între ele, de exemplu $(0, \pi/2, \pi, 3\pi/2)$. Un alt exemplu este $(\pi/4, 3\pi/4, 5\pi/4, 7\pi/4)$, în care caz cele patru forme de undă sunt

$$x_i(t) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos\left[2\pi f_p t + (2i-1)\frac{\pi}{4}\right], & 0 \leq t \leq T \\ 0, & \text{in rest} \end{cases} \quad (4.46)$$

unde $i = 1, 2, 3, 4$; E este energia semnalului de emisie pe simbol, iar T este durata unui simbol. Relația dintre durata unui simbol T și durata unui bit T_b este următoarea:

$$T = 2T_b \quad (4.47)$$

Întrucât lărgimea de bandă necesară este aproximativ invers proporțională cu T , din (4.47) se vede că, utilizând o modulație cu patru faze în loc de numai două, lărgimea de bandă necesară scade practic la jumătate, o economie deloc neglijabilă.

Utilizând identitatea trigonometrică

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha \cos\beta - \sin\alpha \sin\beta$$

putem redefini semnalul de emisie $x_i(t)$ din (4.46) în forma echivalentă:

$$x_i(t) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos\left[(2i-1)\frac{\pi}{4}\right] \cos(2\pi f_p t) - \sqrt{\frac{2E}{T}} \sin\left[(2i-1)\frac{\pi}{4}\right] \sin(2\pi f_p t) \quad (4.48)$$

unde $i = 1, 2, 3, 4$.

Definim acum funcțiile ortonormate $\phi_c(t)$ și $\phi_s(t)$ ca o pereche de purtători în cuadratură:

$$\phi_c(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} \cos(2\pi f_p t), \quad 0 \leq t \leq T \quad (4.49)$$

$$\phi_s(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} \sin(2\pi f_p t), \quad 0 \leq t \leq T \quad (4.50)$$

Cu aceasta, (4.48) se rescrie astfel:

$$x_i(t) = \sqrt{E} \cos\left[(2i-1)\frac{\pi}{4}\right] \phi_c(t) - \sqrt{E} \sin\left[(2i-1)\frac{\pi}{4}\right] \phi_s(t) \quad (4.51)$$

Se observă că fiecare din cele patru forme de undă $x_i(t)$, $i = 1, 2, 3, 4$, este determinată de un punct din plan având coordonate $\left[\cos(2i-1)\frac{\pi}{4}, \sin(2i-1)\frac{\pi}{4}\right]$, $i = 1, 2, 3, 4$. Fiecare din cele patru puncte, constituind așa-zisa *constelație de semnale*, corespunde printr-o codare Gray unuia din cei patru dibiți, așa cum se arată în Tabelul 4.4.

Tabelul 4.4

Spațiul semnalelor pentru modulația digitală cu patru faze

Dibiți de intrare codați Gray	Faza semnalului (radiani)	Coordonatele punctelor de mesaj
10	$\pi/4$	$+\sqrt{E/2}, -\sqrt{E/2}$
00	$3\pi/4$	$-\sqrt{E/2}, -\sqrt{E/2}$
01	$5\pi/4$	$-\sqrt{E/2}, +\sqrt{E/2}$
11	$7\pi/4$	$+\sqrt{E/2}, +\sqrt{E/2}$

Constelația de semnale pentru modulația digitală cu patru faze este reprezentată grafic în figura 4.7. Codarea Gray a dibiților face ca, dacă receptorul determină greșit faza purtătorului recepționat, decizând că este una din cele două faze adiacente, să nu fie eronat decât unul din cei doi biți din alcătuirea dibitului.

Scopul acestui capitol este de a ne permite să ne facem o idee despre modul în care se produc erorile în transmisiunile digitale. Se cunosc tipuri de modulație mai performante (de exemplu, modulația de amplitudine în cuadratură), dar acestea se studiază la cursul de „Sisteme de telecomunicații în transporturi“. În continuare, ne concentrăm atenția asupra codurilor detectoare și corectoare de erori.

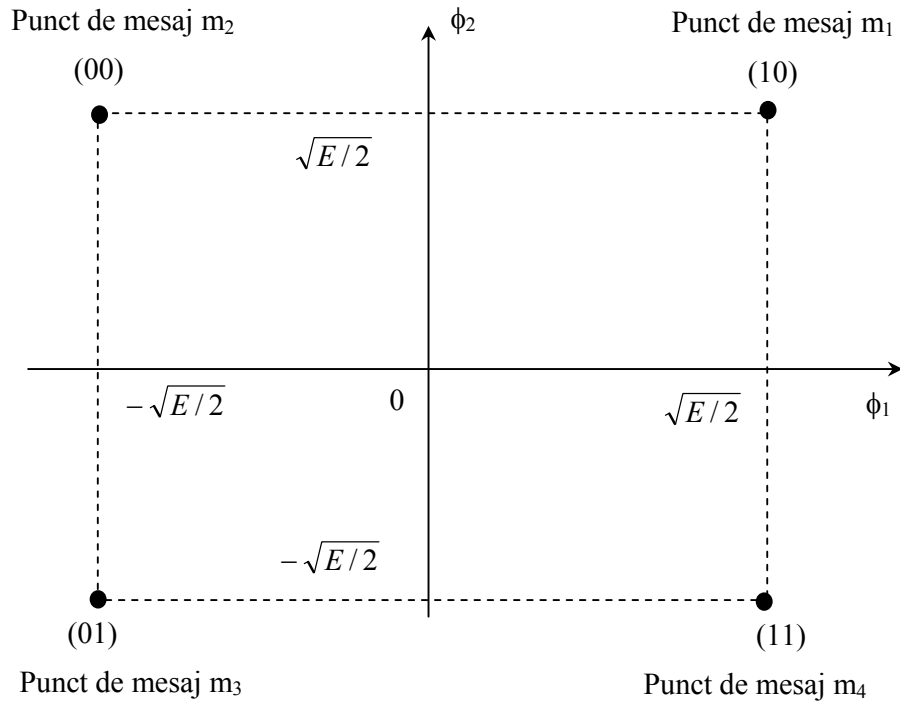


Fig. 4.7. Constelație de semnale pentru QPSK (modulație digitală cu patru faze).