

**UNIVERSITATEA "POLITEHNICA" DIN BUCUREȘTI
CATEDRA DE FIZICĂ**

**LABORATORUL DE OPTICĂ
BN - 120 B**

DIFRAȚIA FRESNEL

2004 - 2005

DIFRAȚIA FRESNEL

1. Scopul lucrării

Lucrarea prezintă o metodă de determinare a lungimii de undă pe baza difracției de tip Fresnel produsă pe un orificiu circular.

2. Teoria lucrării

Fenomenul de difracție este un fenomen tipic ce apare la propagarea undei, atunci când suprafața de undă este limitată de obstacolele întâlnite. În esență ea reprezintă ansamblul fenomenelor datorate naturii ondulatorii a luminii, fenomene care apar la propagarea sa într-un mediu cu caracteristici eterogene foarte pronunțate. În sens restrâns, difracția constă în fenomenul de ocolire aparentă a obstacolelor de mici dimensiuni de către lumină, sau altfel spus, în devierile de la legile opticii geometrice.

Difracția Fresnel se realizează atunci când sursa se află la o distanță destul de apropiată de obstacol, astfel încât curbura fronturilor de undă nu mai poate fi neglijată.

Considerăm o sursă de unde monocromatice S , plasată în fața unui ecran opac prevăzut cu un orificiu circular. Conform celor discutate anterior se produce fenomenul de difracție, consecință a faptului că suprafața de undă sferică este parțial obturată. (fig. 1)

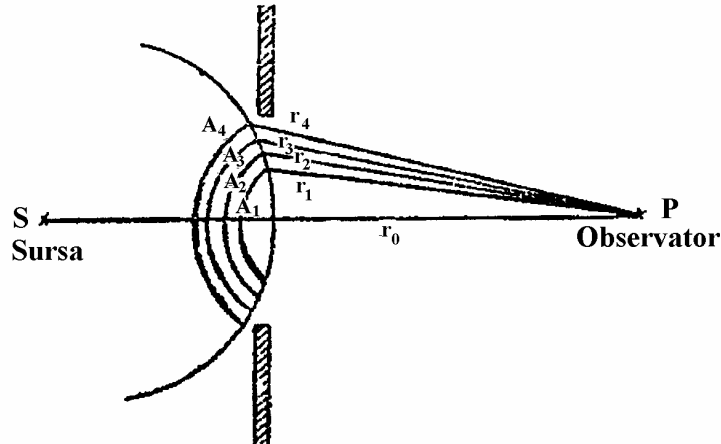


Fig. 1.

Datorită simetriei problemei față de axa SP , evaluarea intensității într-un punct P situat pe axa SP , poate fi făcută simplu prin metoda zonelor Fresnel.

Frontul de undă sferic ce ajunge în fața acestui orificiu se împarte în zone Fresnel, prin aplicarea metodei zonelor lui Fresnel.

Construcția zonelor Fresnel se realizează în modul următor: se duce din punctul P o perpendiculară pe suprafața de undă, $A_0P = r_0$. Apoi din P se construiește, $A_1P = r_1 = r_0 + \lambda/2$. Există o familie de drepte cu lungimea r_1 , iar locul geometric al intersecției lor cu suprafața de undă este un cerc. Cercul delimitează prima zonă Fresnel, de forma unei calote sferice.

Se construiește apoi dreapta $A_2P = r_2 = r_0 + 2\lambda/2$.

A doua zonă Fresnel este o zonă sferică delimitată de două cercuri, intersecțiile familiilor de drepte r_1 și r_2 cu suprafața de undă. Analog se construiesc toate zonele Fresnel.

Construcția s-a făcut respectându-se condiția geometrică:

$$A_1P - A_0P = A_2P - A_1P = \dots = \frac{\lambda}{2} \quad (1)$$

Se observă că distanțele de la cele două frontiere ale unei zone la punctul P , diferă cu $\frac{\lambda}{2}$.

Fiecare zonă Fresnel constituie o sursă secundară de unde. Fiecare undă secundară determină în punctul de observație P , câte o oscilație reprezentată printr-un vector numit fazor, a cărui mărime și fază este determinată de drumul optic parcurs de la sursa secundară (zona Fresnel) până în punctul de observație. Prima zonă emite o undă secundară de amplitudine a_1 , a doua zonă emite o undă secundară de amplitudine a_2, \dots ș.a.m.d.

Din relația (1) rezultă că oscilațiile care reprezintă undele în P , de la două zone vecine sunt în opoziție de fază.

Undele vecine fiind în opoziție de fază, amplitudinea rezultantă în P se scrie:

$$A = a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + \dots \quad (2)$$

În cazul discutat, zonele Fresnel având arii egale, amplitudinile sunt influențate numai de drumurile parcurse de unde și de unghiul de înclinare. Acestea crescând amândouă, amplitudinile undelor secundare descresc odată cu mărimea rangului zonei Fresnel, adică:

$$a_1 > a_2 > a_3 > \dots > a_n \quad (3)$$

Variația monotonă permite, cel puțin într-o primă aproximație, să se considere amplitudinea unei provenită de la o zonă ca media aritmetică a amplitudinii undelor provenite de la zonele vecine:

$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2} \quad (4)$$

Scriind formula (2) în conformitate cu relația (4):

$$A = \frac{a_1}{2} + \left(\frac{a_1}{2} - a_2 + \frac{a_3}{2} \right) + \left(\frac{a_3}{2} - a_4 + \frac{a_5}{2} \right) + \dots$$

se observă că fiecare paranteză din relația anterioară este nulă, ceea ce reduce expresia amplitudinii rezultante la:

$$A = \frac{a_1}{2} \pm \frac{a_n}{2} \quad (5)$$

cu semnul (+) dacă n este impar și (-) dacă n este par.

Deci amplitudinea rezultantă prezintă o valoare maximă pentru număr impar de zone și o valoare minimă pentru număr par de zone.

Când n devine foarte mare, a_n devine practic nul și relația (5) se reduce la $A \approx \frac{a_1}{2}$,

ceea ce arată că efectele de difracție trebuie luate în considerație numai în cazul unui număr mic de zone Fresnel. Dacă numărul acestora este mare, abaterea de la propagarea rectilinie este neglijabilă, obstacolul nefăcând altceva decât să delimiteze fasciculul de unde.

Deoarece intensitatea este proporțională cu pătratul amplitudinii, intensitatea în centrul figurii de difracție este maximă pentru un număr impar de zone Fresnel și minimă pentru un număr par de zone Fresnel.

În cazul difracției Fresnel, figura de difracție constă din cercuri alternative luminoase și întunecate.

Stabilim acum legătura între numărul de zone Fresnel și distanța r (poziția observatorului). Notațiile sunt exemplificate în figura (2). Din relația (1) rezultă că:

$$\delta_k = A_kP - A_0P = k \frac{\lambda}{2}$$

În triunghiul OPA_k :

$$(OA_0 + r)^2 = (r + \delta_k)^2 - r_k^2$$

Suprafața de undă având o curbura mică, neglijând OA_0^2 și neglijând δ^2 (λ mic) rezultă:

$$2OA_0r = 2r\delta_k - r_k^2.$$

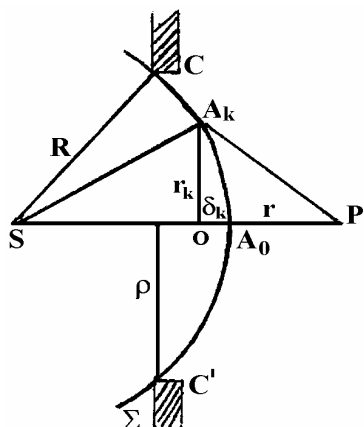


Fig. 2.

Din triunghiul SOA_k :

$$r_k^2 = R^2 - (R - OA_0)^2 = 2ROA_0$$

Din ultimele două relații rezultă că:

$$\frac{r}{R} = \frac{2r\delta_k}{r_k^2} - 1.$$

În consecință se obține $r_k^2 = \frac{Rr}{R+r} 2\delta_k$; unde $\delta_k = k\lambda$;

$$\Rightarrow r_k^2 = k \frac{Rr}{R+r} \lambda.$$

Suprafața de undă având o curbura mică, rezultă aria calotei sferice πr_k^2 . Ca urmare aria zonei Fresnel cu frontierele r_{k+1} și r_k va fi:

$$S = \pi r_{k+1}^2 - \pi r_k^2 = \pi \frac{Rr}{R+r} \lambda$$

Se observă că ariile zonelor sunt aceleași (pentru R și r_0 constante) și nu depind de ordinul k al zonei.

Numărul total de zone Fresnel cuprinse în orificiul circular de rază ρ va fi:

$$n = \frac{\pi \rho^2}{S} = \frac{\rho^2}{\lambda} \frac{R+r}{Rr}$$

De unde obținem:

$$\lambda = \frac{\rho^2 r + \rho^2 R}{nrR} \quad (6)$$

Această ecuație poate fi pusă sub forma:

$$n = \frac{1}{r} \cdot \frac{\rho^2}{\lambda} + \frac{\rho^2}{R \cdot \lambda} \quad (7)$$

Ecuația (7) arată că dependența $n = f\left(\frac{1}{r}\right)$ are o formă liniară, de pantă:

$$m = \frac{\rho^2}{\lambda} \quad (8)$$

Această observație stă la baza celei de-a doua metode de determinare a lungimii de undă.

3. Dispozitivul experimental

Dispozitivul experimental (fig. 3) cuprinde un bec B, dispus la capătul unui banc optic pe care se află: o lentilă L_1 ce focalizează lumina becului pe o deschidere mică S practică într-o foiță metalică subțire, realizându-se astfel o sursă cât mai punctiformă; un filtru F care

selectează lumina monocromatică ce cade pe ecran; ecranul E prevăzut cu orificiul circular de rază ρ pe care se produce difracția (sistemul permite alegerea a trei valori pentru ρ); un sistem de vizare alcătuit dintr-o lentilă L_2 .

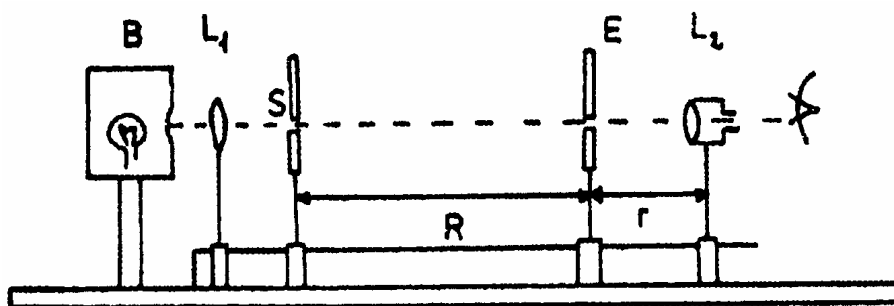


Fig. 3.

4. Modul de lucru

Se alimentează becul de la rețeaua de 220Vc.a. Se reglează distanța între lentila L_1 și deschiderea S astfel încât aceasta din urmă să se afle în focarul lentilei. Se deplasează ecranul E până când distanța R este de aproximativ 50 cm până la 70 cm. Se are grijă ca E să fie perpendicular pe axa optică a bancului optic. Se îndepărtează L_2 începând din apropierea ecranului, punându-se la punct figura de difracție. Numărul total n al zonelor Fresnel se constată experimental că este egal cu suma dintre numărul total al zonelor luminoase (inclusiv zona luminoasă marginală ce apare totdeauna) și numărul inelelor întunecoase (inclusiv punctul central întunecat ce apare la unele distanțe). Spre exemplificare, în figura (4), sunt prezentate câteva cazuri.

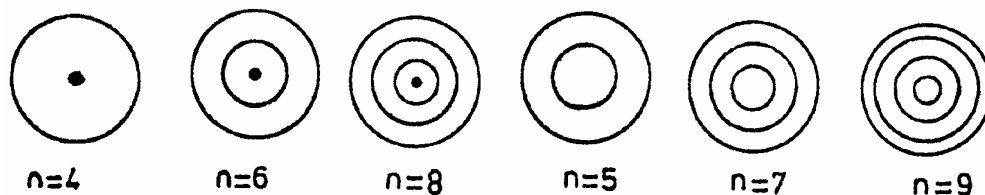


Fig. 4.

Îndepărtând L_2 față de E, aspectul figurii de difracție variază, numărul inelelor scăzând pe măsură ce ne îndepărtăm.

Pentru distanța R fixă (mărimea sa este aleasă pentru a avea o imagine clară a figurii de difracție), se variază distanța r , astfel încât să se obțină una din figurile de difracție din figura (4). Se determină r la cel puțin cinci figuri de difracție, corespunzătoare la numere n de zone Fresnel diferite (uzual n cuprins între 4 și 9). Valoarea distanței r se determină ca medie a cinci măsurători. Se repetă măsurătorile pentru încă două valori ale distanței R .

Rezultatele măsurătorilor se trec într-un tabel (vezi pag. 4). Tabelul este întocmit pentru o distanță R fixă și un ρ fix. Se vor întocmi trei astfel de tabele (pentru fiecare R fix câte un tabel).

5. Prelucrarea datelor experimentale

METODA 1. Relația (6) permite calculul lungimii de undă λ dacă cunoaștem valorile parametrilor R , r și n . O dată calculate aceste valori, vom determina valoarea medie $\bar{\lambda}$ a lungimii de undă și abaterea sa standard $\sigma_{\bar{\lambda}}$ cu ajutorul relațiilor de definiție:

$$\bar{\lambda} = \frac{\sum_{i=1}^N \lambda_i}{N}; \quad \sigma_{\bar{\lambda}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\lambda_i - \bar{\lambda})^2}{N(N-1)}} \quad (9)$$

unde N reprezintă numărul de determinări al lungimilor de undă.

Rezultatul final va fi prezentat sub forma standard:

$$\lambda = \bar{\lambda} \pm \sigma_{\bar{\lambda}}$$

Tabel

Rezultatele măsurătorilor pozițiilor diverselor figuri de interferență – difracție Fresnel

R	n	r_i (mm)	\bar{r} (mm)	$\sigma_{\bar{r}}$	$n\bar{r}$ (mm)	$\bar{\lambda} = \frac{\rho^2(\bar{r} + R)}{n\bar{r}R}$ (mm)	$\sigma_{\bar{\lambda}}$	$\bar{\lambda}$ (mm)	$\sigma_{\bar{\lambda}}$	

METODA 2. Prezentăm acum metoda grafică de determinare a lungimii de undă: se trasează pe hârtie milimetrică, pentru fiecare distanță R , graficul $n = f(1/r)$ în funcție de numărul n al zonelor Fresnel, care, conform ecuației (7), trebuie să reprezinte o dreaptă.

Comparând panta teoretică (8) cu panta experimentală a dreptei (7) se obține lungimea de undă. Se face media valorilor lungimilor de undă obținute pentru diversele distanțe R .

O alternativă a acestei metode, mai corectă din punct de vedere statistic, prevede efectuarea de 10 ori a tabelului (n, r_{mediu}) pentru $n \in (4, 6, 7, 8, 9)$, la distanță R fixă. Pentru fiecare tabel se obține pe calea grafică expusă mai sus, lungimea de undă. Repetând procedura expusă pentru 3 distanțe R diferite, obținem 30 de lungimi de undă pentru care putem media și abaterea standard cu relațiile (9).

Tabelul anterior este întocmit pentru o distanță R fixă și un ρ fix. Se vor întocmi trei astfel de tabele pentru fiecare distanță R fixă.

Se dă: $\rho = 0.4 \text{ mm}$.

Întrebări

1. Ce este difracția luminii? Ce este difracția Fresnel?
2. Desenați schema simplificată a dispozitivului experimental utilizat pentru studiul difracției Fresnel.
3. Unde se produce difracția în dispozitivul experimental de mai sus?
4. Ce este o undă monocromatică? Cum se obține lumina monocromatică a cărei lungime de undă se determină prin studiul difracției Fresnel?
5. Ce reprezintă lungimea de undă? Dar frecvența undei? În ce relație se găsesc ele?
6. Ce reprezintă zonele Fresnel? Unde și cum se construiesc ele? Care este semnificația lor?
7. Care este semnificația mărimilor din ecuația $\lambda = \frac{\rho^2(r+R)}{nrR}$?
8. Desenați figura de difracție pe care ați văzut-o pentru $n=5$.